Dr. Serge ZACHER VERLAG
Stuttgart
D-70188

Automation-Letter Nr. 14
07.03.2016

Prof. Dr. S. Zacher

Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Die Nachbildung der Mechanismen an einfachen Beispielen von Zustandssystemen

“Die Besonderheit von Mehrgrößensystemen besteht darin, dass sich die Strecke nicht unbedingt beobachten und steuern lässt… Dies betrifft Systeme, die sowohl mittels Übertragungsfunktionen, als auch mittels Zustandsgleichungen beschrieben sind.

Ein Regelkreis ist steuerbar, wenn die Regelgröße von einem beliebigen Anfangszustand in einen gewünschten Endzustand mittels geeigneten Stellgrößen überführt werden kann...

Die Beobachtbarkeit betrifft die Messbarkeit der Regelstrecke. Wenn nicht alle Zustandsvariablen messtechnisch zu erfassen sind, soll die für die Regelung erforderliche Information aus dem Ausgangsvektor **y** gewonnen werden. Dafür wird die Regelung über eine bestimmte Zeit beobachtet, um daraus abschließend die Zustandsvariablen zu rekonstruieren.“

S. Zacher, M. Reuter: ***Regelungstechnik für Ingenieure*****,**
Seite 400, Springer Vieweg Verlag, 15. Auflage, 2017

Abstract, Urheberrechts- und Haftungshinweis

Die Begriffe „Steuerbarkeit“ und „Beobachtbarkeit“ eines Systems rufen oft Fragen beim Unterricht hervor. Zwar sind die Regeln, wie man die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit prüfen kann, klar definiert, bleibt jedoch der Mechanismus dieser Eigenschaften von Mehrgrößensystemen oft im dunkeln.

Nachfolgend werden die Steuerbarkeit und die Beobachtbarkeit am Beispiel eines einfaches Systems verdeutlicht und ein Beobachter wird entworfen.

The definitions „Controllability“ und „Observability“ of the MIMO-Systems often call questions during lessons. Although the rules on how to check the controllability and observability, are clearly defined, the mechanism of these properties of multivariable systems often remains obscure.

Subsequently, the controllability and observability are illustrated using the example of a simple state space system and an observer is designed.

I N H A L T :

1 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Definition nach [1], Seite 400:

Steuerbarkeitsbedingung:

Ein System mit der Dynamikmatrix *A* der Dimension [*n* x *n*] wird dann vollständig steuerbar, wenn eine speziell dafür gebildete Matrix C0, genannt *Steuerbarkeitsmatrix (controllability matrix)*

$$C0 = \begin{pmatrix} B & AB & A^2B & A^3B..... \end{pmatrix}$$

den Rang *n* hat, wobei *n* die Dimension der Systemmatrix ***A*** [$n \times n$] ist:

$$\mathrm{rang}\ \mathrm{C0} = n$$

Beobarkeitsbedingung:

Ein System mit der Dynamikmatrix *A* der Dimension [*n* x *n*] wird dann vollständig beobachtbar, wenn eine dafür gebildete Matrix Ob, genannt *Beobachtbarkeitsmatrix (observability matrix)*

$$Ob = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ ... \end{pmatrix}$$

den Rang *n* hat, wobei *n* die Dimension der Systemmatrix ***A*** [$n \times n$] ist:

$$\mathrm{rang}\ \mathrm{Ob} = n$$

Beispiel 1:

Prüfen Sie die Steuerbarkeit und die Beobachtbarkeit des gegebenen Systems 4. Ordnung!

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & -5 & 6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = 0$$

Lösung mit MATLAB:

```
A = [ 0  1  0  0; 0  0  1  0; 0  0  0  1; -3  4  -5  6 ];    % Eingabe  der Systemmatrix [ 4 x 4]
B = [ 0; 0; 0; 4];                                            % Eingabe der Steuermatrix
C = [ 1  0  0  0];                                            % Eingabe der Ausgangsmatrix
D=0;

n = length(A)                                                 % Dimension der Matrix A

C0 = [ B    A*B    A^2*B]                                     % auch Befehl C0=ctrb(A,B) möglich
rangC0 = rank(C0)                                             % wenn rangC0 = n, dann steuerbar

Ob = [C    C*A    C*A^1]                                      % auch Befehl Ob=obsv(A,C) möglich
rangOb = rank(Ob)                                             % wenn rangOb = n, dann beobachtbar
```

Programm-Ausgabe:

n = 4	rang(C0) = 4	das System ist steuerbar
	rang(Ob) = 1	das System ist nicht beobachtbar

Ist ein System nicht steuerbar, soll das Systemmatrix A durch eine andere Matrix ersetzt werden!

Beispiel 2:

Reparieren Sie das gegebene beobachtbare System 2. Ordnung so, damit das System steuerbar wird!
([2], Aufgabe 8.2a, Seite 59)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad D = 0$$

<u>Lösung mit MATLAB</u>:

```
A = [ -1 0; 0  -2 ];        % Eingabe  der Systemmatrix [ 2 x 2]
B = [ 1; 0];                % Eingabe der Steuermatrix
C = [ 1  1];                % Eingabe der Ausgangsmatrix
D=0;
n = length(A)               % Dimension der Matrix A: hier  n=2
C0 = ctrb(A, B)             % Steuerbarkeitsmatrix
rangC0 = rank(C0)           % wenn rangC0 = n, dann steuerbar: hier rangC0=1, d.h. nicht steuerbar!
Ob = obsv(A,C)              % Beobachtbarkeitsmatrix
rangOb = rank(Ob)           % wenn rangOb = n, dann beobachtbar: hier rang Ob=2, d.h. beobachtbar
```

<u>Nach der Reparatur:</u>

```
A = [ -1  0; 1  -2 ];       % Eine Komponente der Systemmatrix A wurde geändert!
C0 = ctrb(A, B)             % Steuerbarkeitsmatrix
rangC0 = rank(C0)           % wenn rangC0 = n, dann steuerbar: hier rangC0=2, d.h. steuerbar!
Ob = obsv(A,C)              % Beobachtbarkeitsmatrix
rangOb = rank(Ob)           % wenn rangOb = n, dann beobachtbar: hier rang Ob=2, d.h. beobachtbar
```

Beispiel 3:

Prüfen Sie die Steuerbarkeit und die Beobachtbarkeit des gegebenen Systems 4. Ordnung!

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & -5 & 6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = 0$$

Lösung mit MATLAB:

```
A = [ 0  1  0  0; 0  0  1  0; 0  0  0  1; -3  4  -5  6 ];    % Eingabe  der Systemmatrix [ 4 x 4]
B = [ 0; 0; 0; 4];                                          % Eingabe der Steuermatrix
C = [ 1  0  0  0];                                          % Eingabe der Ausgangsmatrix
D=0;

n = length(A)                                               % Dimension der Matrix A

C0 = [ B    A*B    A^2*B]                                   % auch Befehl C0=ctrb(A,B) möglich
rangC0 = rank(C0)                                           % wenn rangC0 = n, dann steuerbar

Ob = [C    C*A    C*A^1]                                    % auch Befehl Ob=obsv(A,C) möglich
rangOb = rank(Ob)                                           % wenn rangOb = n, dann beobachtbar
```

Programm-Ausgabe:

n = 4	rang(C0) = 4	das System ist steuerbar
	rang(Ob) = 1	das System ist nicht beobachtbar

Ist ein System nicht beobachtbar, sollen ggf. die Polstellen der Übertragungsfunktion G(s) durch die Nullstellen kompensiert werden!

Beispiel 4:

Reparieren Sie die gegebene Übertragungsfunktion $G(s)$ so, damit das System beobachtbar wird!

$$G(s) = \frac{5(1+2s)}{6s^3 + 11s^2 + 6s + 1}$$

Lösung mit MATLAB:

```
num = [ 10   5];                    % Eingabe Zähler
den =  [ 6  1  6  1 ];              % Eingabe Nenner
roots(num)                          % Nullstellen: hier s1N = –0,5
roots(den)                          % Polstellen:  hier s1 = –0,5    s2 = –1    s3 = –0,33
[A, B, C, D] = tf2ss(num, den)      % Übergang von Transfer Fcn. zum State Space Modell
n = length(A)                       % Dimension der Matrix A: hier n=3
C0=ctrb(A,B)                        % Steuerbarkeitsmatrix
rangC0 = rank(C0)                   % hier: rangC0 = 3, das System ist steuerbar
Ob=obsv(A,C)                        % Beobachtbarkeitsmatrix
rangOb = rank(Ob)                   % hier: rangOb = 2, das System ist nicht beobachtbar!
```

Kompensation: $s_{1N} = -0,5$ und $s_1 = -0,5$
Die Übertragungsfunktion $G(s)$ nach der Kompensation

$$G(s) = \frac{5}{(1+s)(1+3s)} = \frac{5}{3s^2 + 4s + 1}$$

```
num = [ 5];  den = [ 3  4  1];                % Eingabe Zähler und Nenner
[A, B, C, D] = tf2ss(num, den)                % Übergang von Transfer Fcn. zum State Space Modell
n = length(A)                                 % Dimension der Matrix A: hier n=2
C0=ctrb(A,B); rangC0 = rank(C0)               % hier: rangC0 = 2, das System ist steuerbar
Ob=obsv(A,C);  rangOb = rank(Ob)              % hier: rangOb = 2, das System ist beobachtbar
```

Ist ein System nicht beobachtbar, kann ein Zustandsbeobachter eingesetzt werden!

Beispiel 5:

Bilden Sie aus dem gegebenen steuerbaren, nicht stabilen und nicht beobachtbaren System 4. Ordnung ein stabiles und vollständig beobachtbares System!

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & -5 & 6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = 0$$

Lösung: Das System wird zuerst stabilisiert, dann wird ein Zustandsbeobachter eingesetzt.

```
A = [ 0  1  0  0; 0  0  1  0; 0  0  0  1; -3  4  -5  6 ];   % Eingabe  der Systemmatrix [ 4 x 4]
B = [ 0; 0; 0; 4];                                          % Eingabe der Steuermatrix
C = [ 1  0  0  0];                                          % Eingabe der Ausgangsmatrix
D=0;
P = [ -1  -2  -3  -4];                                      % gewünschte Eigenwerte  des Systems A
K = place(A, B, P );                                        % stabilisierende Zustandsrückführung
Aw = A - B*K;                                               % Das System Aw mit Zustandsrückführung
nw= length(Aw);                                             % Dimension der Matrix Aw
Obw = [C    C*Aw    C*Aw];                                  % auch Befehl Ob=obsv(A,C) möglich
rangObw = rank(Obw);                                        % rangObw=1, d.h. Aw nicht beobachtbar
Pb = 5*P;                                                   % gewünschte Eigenwerte des Beobachters
Lb=place(A',C',P);                                          %
L = Lb';                                                    % Zustandsbeobachter
H=Aw-L*C;                                                   % Das System Aw mit Beobachter
nH= length(H);                                              % Dimension der Matrix H
ObH = obsv(H,C);                                            % Beobachtbarkeitsmatrix für System H
rangObH = rank(ObH)                                         % rangObH=4, d.h. H ist beobachtbar
```

2 Untersuchung von Systemen 2. Ordnung

Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit am Beispiel von 4 Systemen der Dimension [*n* x *n*] für *n* = 2:

(A1, B, C1) (A2, B, C2) (A3, B, C3) (A4, B, C4)

```
A1 = [ 0   1;  -3   -4];   %steuerbar
A2 = [ 0   1;   0   -4];   %nicht steuerbar
B = [ 1 ;  0];
C1 = [ 1   0];        C2 = [ 1   0];
C01 = [ B  A1*B];          %C01 =[ 1  0;  0  -3]
C02 = [ B  A2*B];          %C02 = [1  0;  0  0]
rank(C01)                  %rank(C01)=2
rank(C02)                  %rank(C02)=1
Ob1 = [ C1; C1*A1];        %Ob1 =[ 1  0;  0  1]
Ob2 = [ C2;   C2*A2];      %Ob2 = [1  0;  0  1]
rank(Ob1)                  %rank(Ob1)=2
rank(Ob2)                  %rank(Ob2)=2
```

Systemstruktur oder Parameter ändern!

```
A1 = [ 0   1;  -3   -4];        %beobachtbar
A4 = [ 1   0;  -3    0];        %nicht beobachtbar
B =  [1 ;  0];
C1 = [ 1   0];   C4 = [ 1   0];
Ob1 = [ C1 ; C1*A1];      % Ob1=  [1  0;   0  1]
Ob4 = [ C4 ; C4*A4]       % Ob4=  [1  0; 1  0]
rank(Ob1)                 % rank(Ob1)=2
rank(Ob4)                 % rank(Ob4)=1
C01 = [ B  A1*B];         % C03= [1  0;   0   0]
C04 = [ B  A4*B]          % C04= [1  1;  0  -3]
rank(C01)                 % rank(C01)=2
rank(C04)                 % rank(C04)=2
```

Zustandsrückführung und Beobachter einsetzen!

Steuerbares und beobachtbares System

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

```
A1 = [ 0    1;   -3    -4];

B = [ 1 ;  0];
C1 = [ 1    0];

C01 = [ B  A1*B];
```

$$C0_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

```
rank(C01)                 % rank(C0)=2

Ob1 = [ C1; C1*A1];
```

$$Ob_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
rank(Ob1)                 % rank(Ob1)=2
```

steuerbar und beobachtbar

Nicht steuerbares und nicht beobachtbares System

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad C_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
A3 = [ 0    1;   0    -4];

B =  [1 ;  0];
C3=[ 0   1];

C03 = [ B  A3*B];
```

$$C0_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

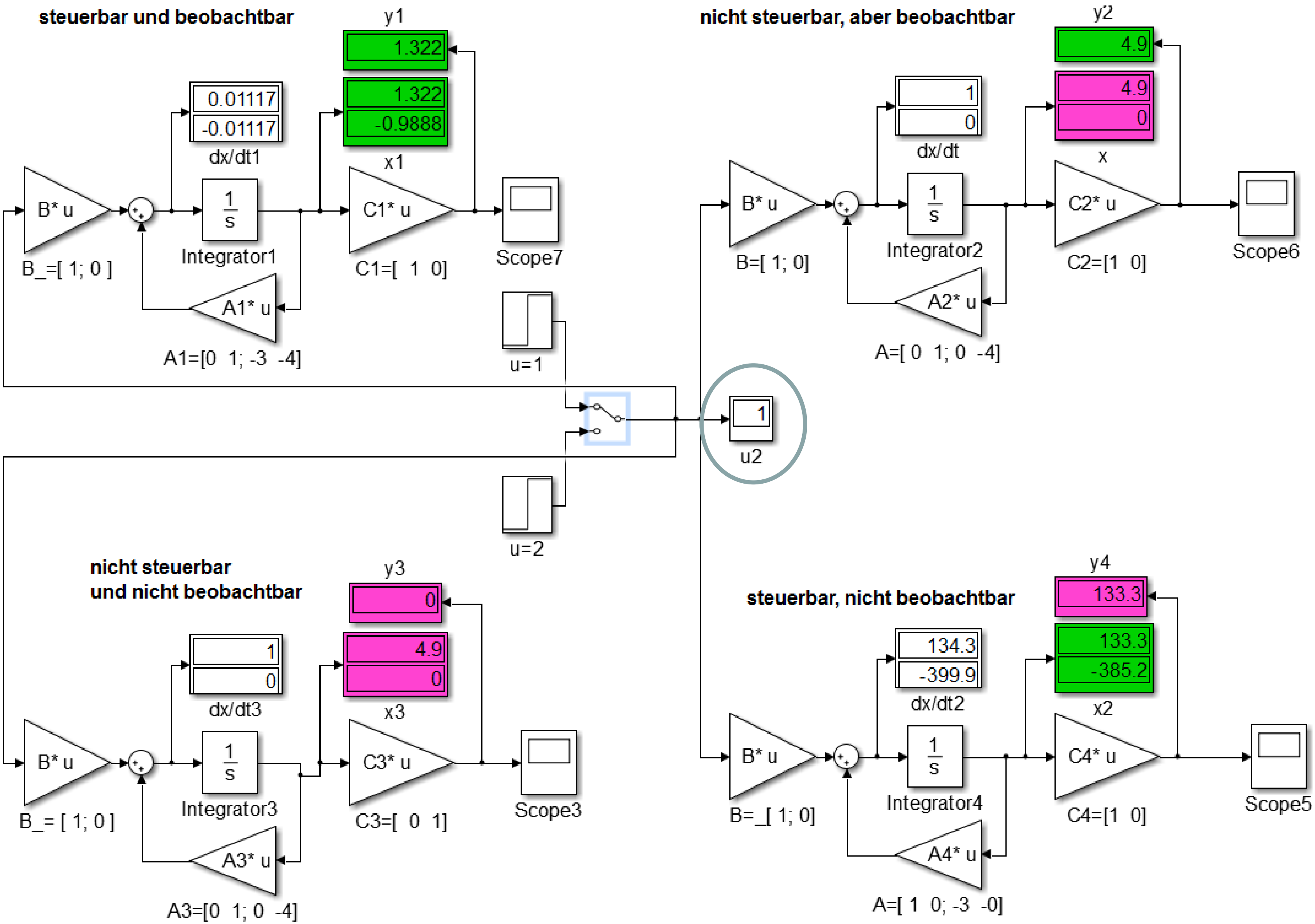
```
rank(C03)                 % rank(C03)=1

Ob3 = [ C3 ; C3*A3];
```

$$Ob_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$

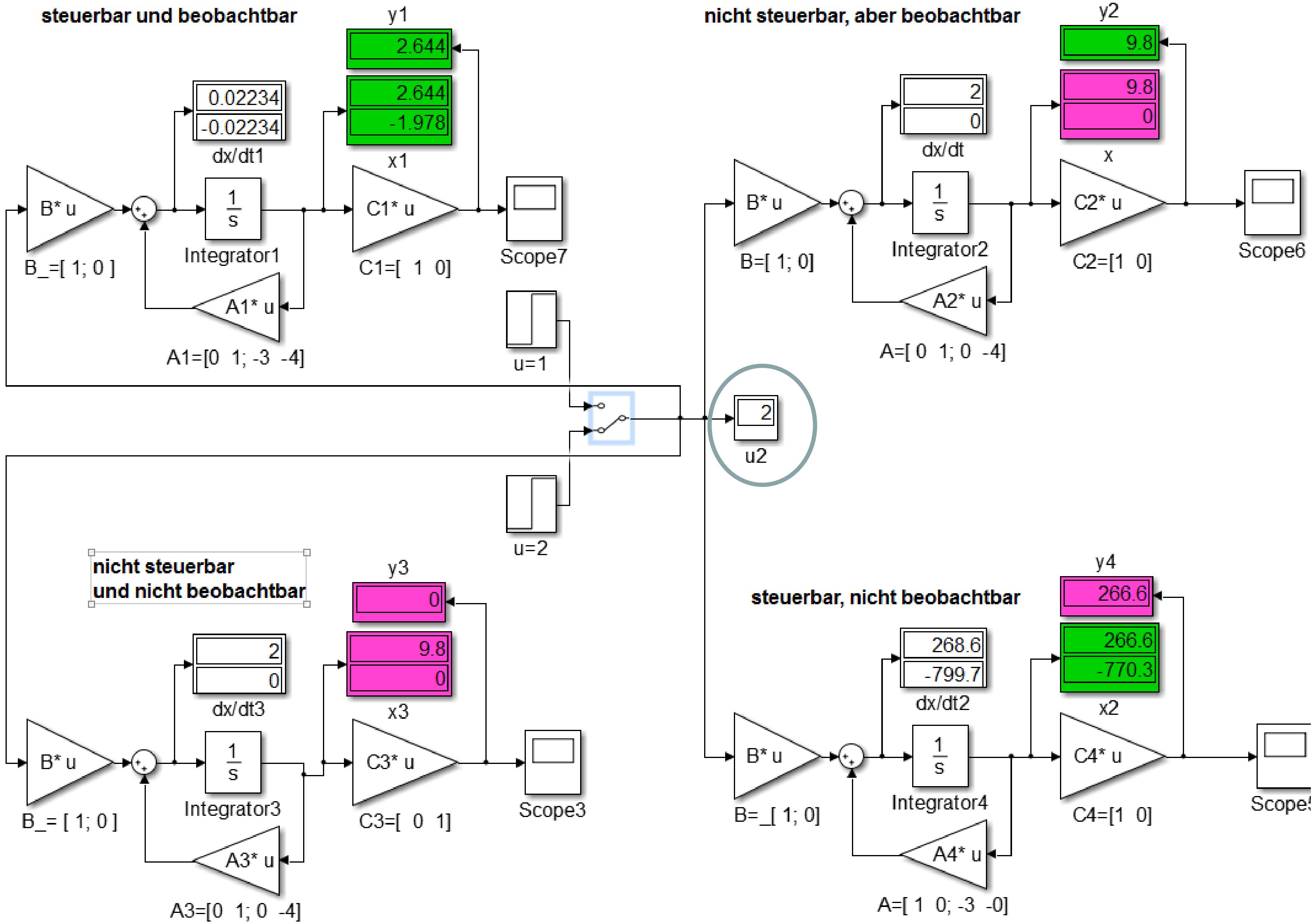
```
rank(Ob3)                 % rank(Ob3)=1
```

nicht steuerbar und nicht beobachtbar

3 Simulation nach dem Eingangssprung u = 1

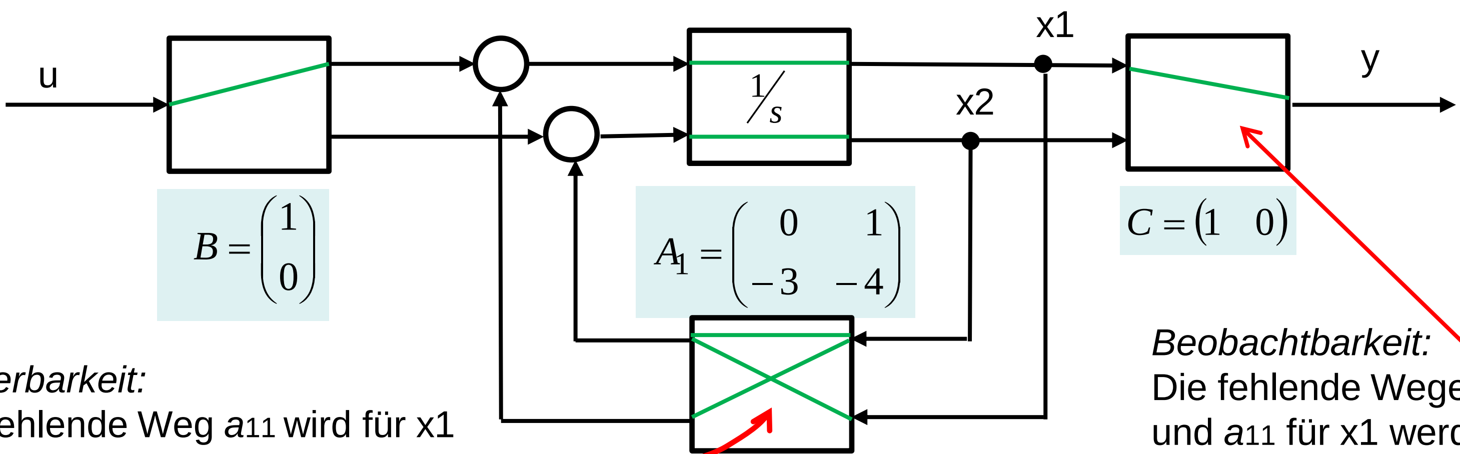


4 Simulation nach dem Eingangssprung u = 2



5 Signalwege

A1, B, C1 - steuerbar und beobachtbar



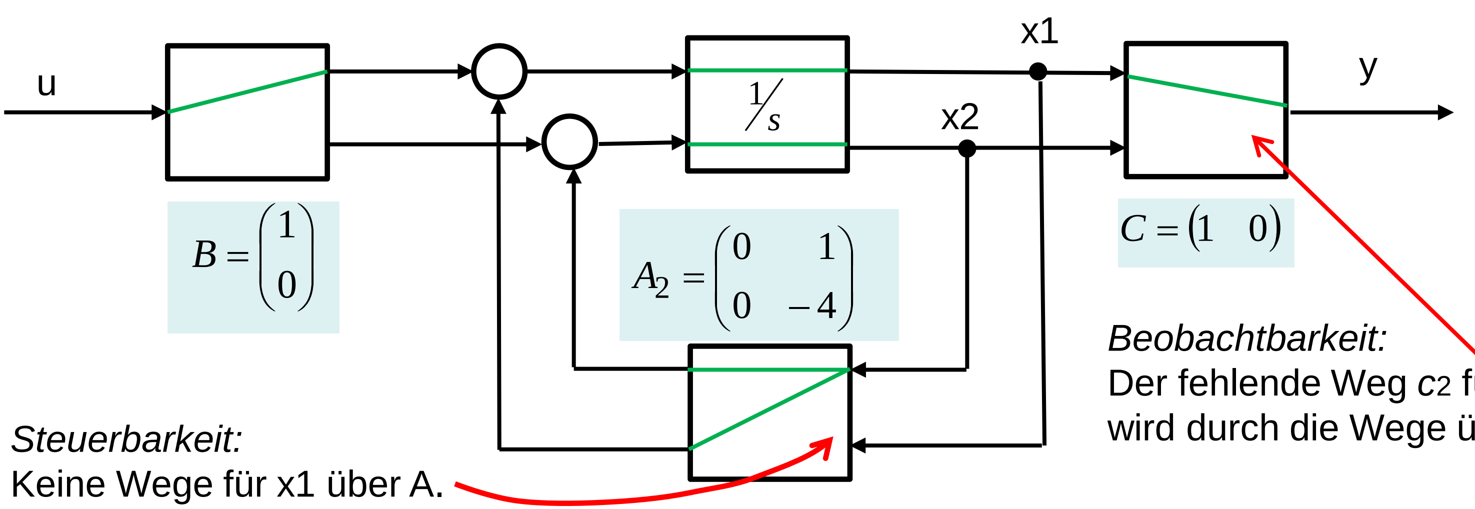
$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C0_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad Ob_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Steuerbarkeit:
Der fehlende Weg a_{11} wird für x1 durch die Wege a_{12} und a_{21} ersetzt.

Beobachtbarkeit:
Die fehlende Wege c_2 für x2 und a_{11} für x1 werden durch die Wege über A ersetzt.

A2, B, C2 - nicht steuerbar, aber beobachtbar



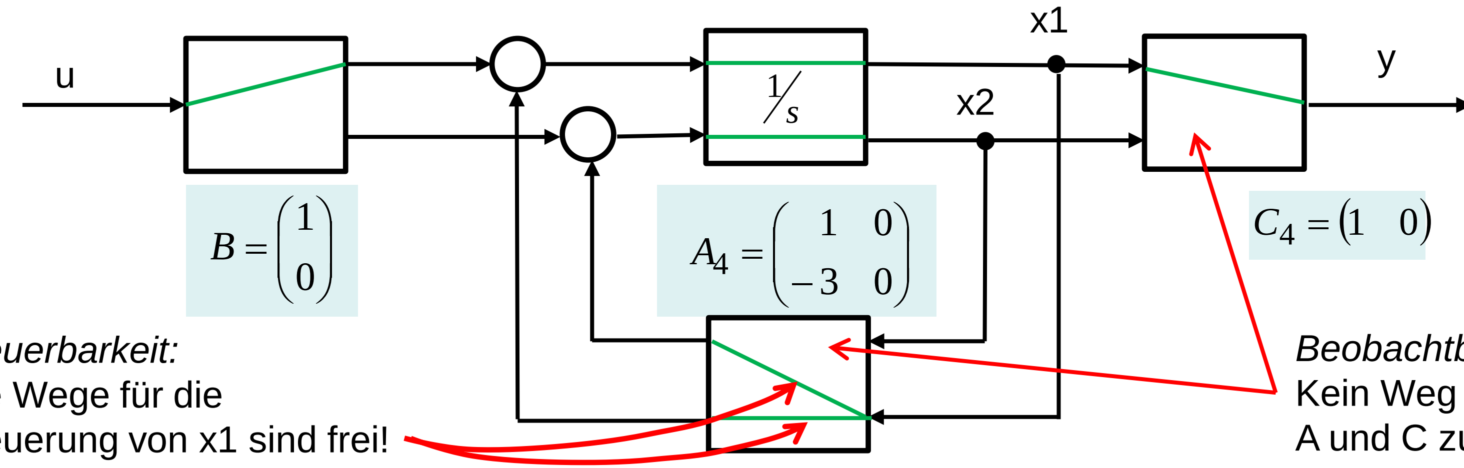
$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C0_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Ob_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Steuerbarkeit:
Keine Wege für x1 über A.

Beobachtbarkeit:
Der fehlende Weg c_2 für x2 wird durch die Wege über A ersetzt.

A4, B, C4 - steuerbar und nicht beobachtbar



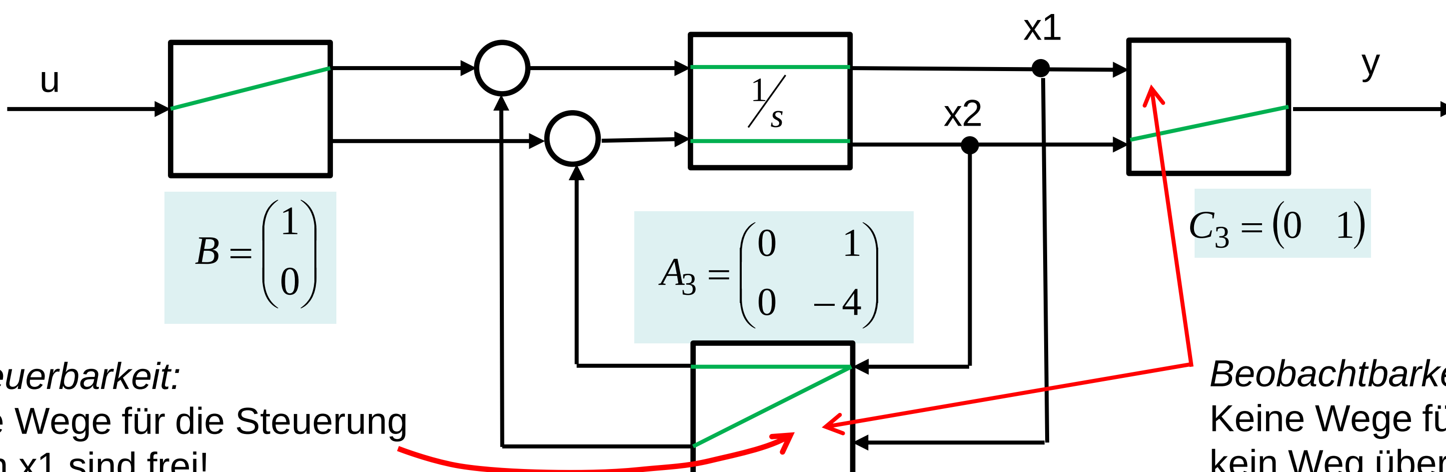
$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \qquad C_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C0_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad Ob_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Steuerbarkeit:
Die Wege für die Steuerung von x1 sind frei!

Beobachtbarkeit:
Kein Weg für x2 über A und C zu y!

A3, B, C3 - nicht steuerbar und nicht beobachtbar



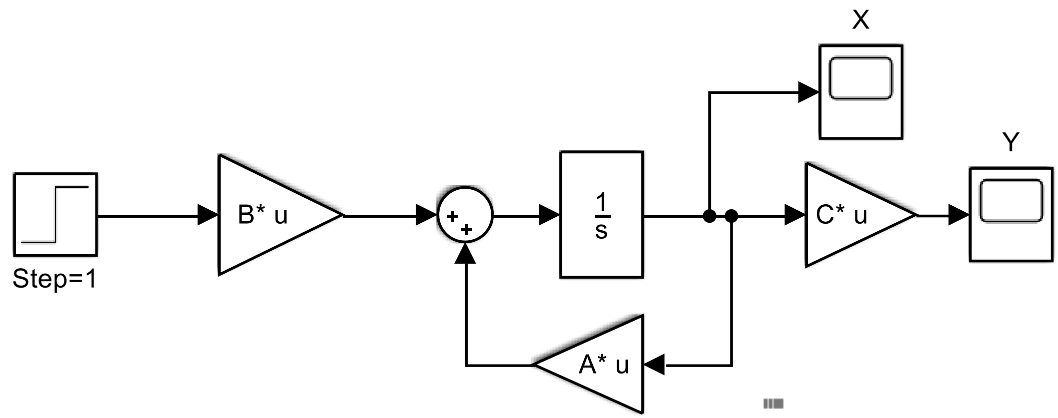
$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \qquad C_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C0_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Ob_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Steuerbarkeit:
Die Wege für die Steuerung von x1 sind frei!

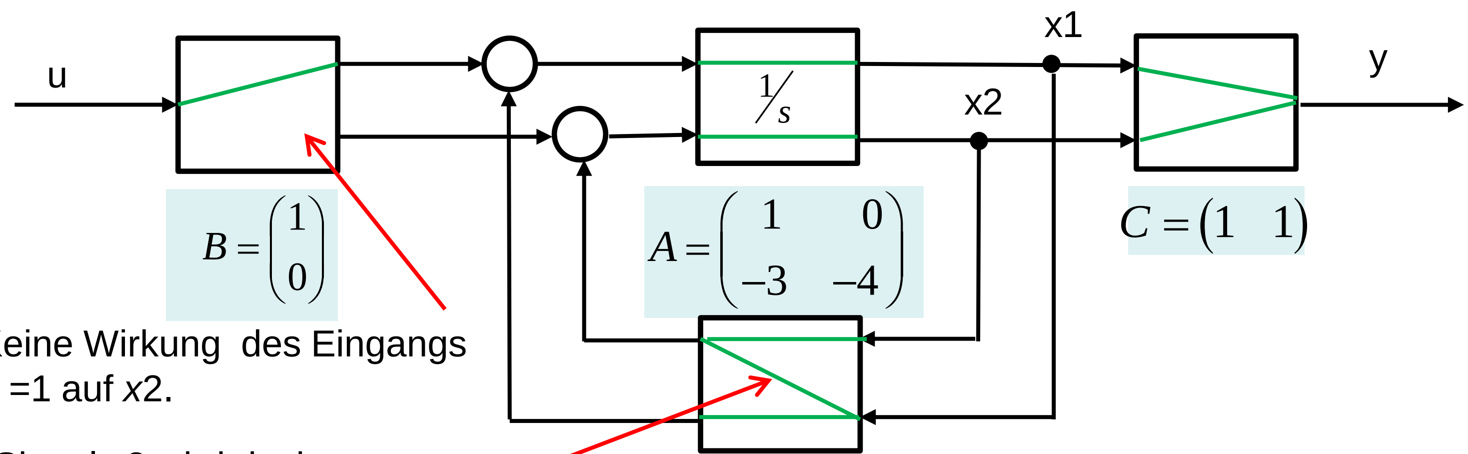
Beobachtbarkeit:
Keine Wege für x1 über A und kein Weg über C zu y!

6 Sprungantworten




```
%% steuerbar und beobachtbar
A=[1  0; -3  -4];B=[1;  0];C=[1 1]; D=0;
n=length(A);
C0=ctrb(A,B); rangC0=rank(C0)
Ob=obsv(A,C); rangOb=rank(Ob)
eig(A)
%% nicht steuerbar
A=[0  1; 0  -4];B=[1 ; 0];C=[1 1]; D=0;
n=length(A);
C0=ctrb(A,B); rangC0=rank(C0)
Ob=obsv(A,C); rangOb=rank(Ob)
eig(A)
%% nicht beobachtbar
A=[0  1; 0  -4];B=[0;  1];C=[0 1]; D=0;
n=length(A);
C0=ctrb(A,B); rangC0=rank(C0)
Ob=obsv(A,C); rangOb=rank(Ob)
eig(A)
%% nicht steuerbar und nicht beobachtbar
A=[0 1; 0  -4];B=[1 ; 0];C=[0  1];D=0;
n=length(A);
C0=ctrb(A,B); rangC0=rank(C0)
Ob=obsv(A,C); rangOb=rank(Ob)
eig(A)
```

steuerbar und beobachtbar



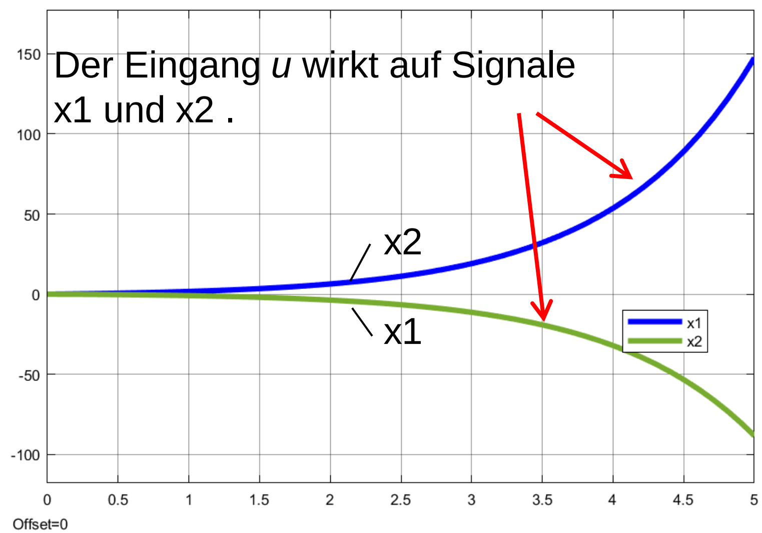
$$C0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

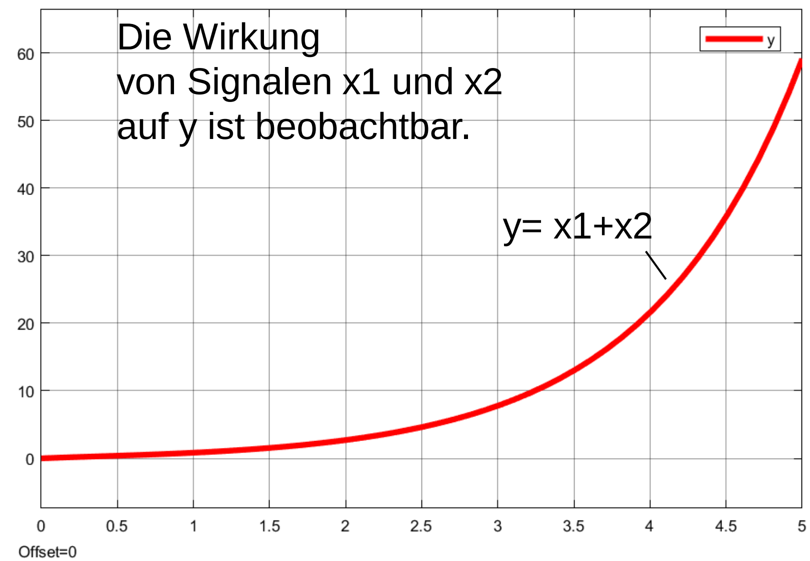
$$Ob = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$$

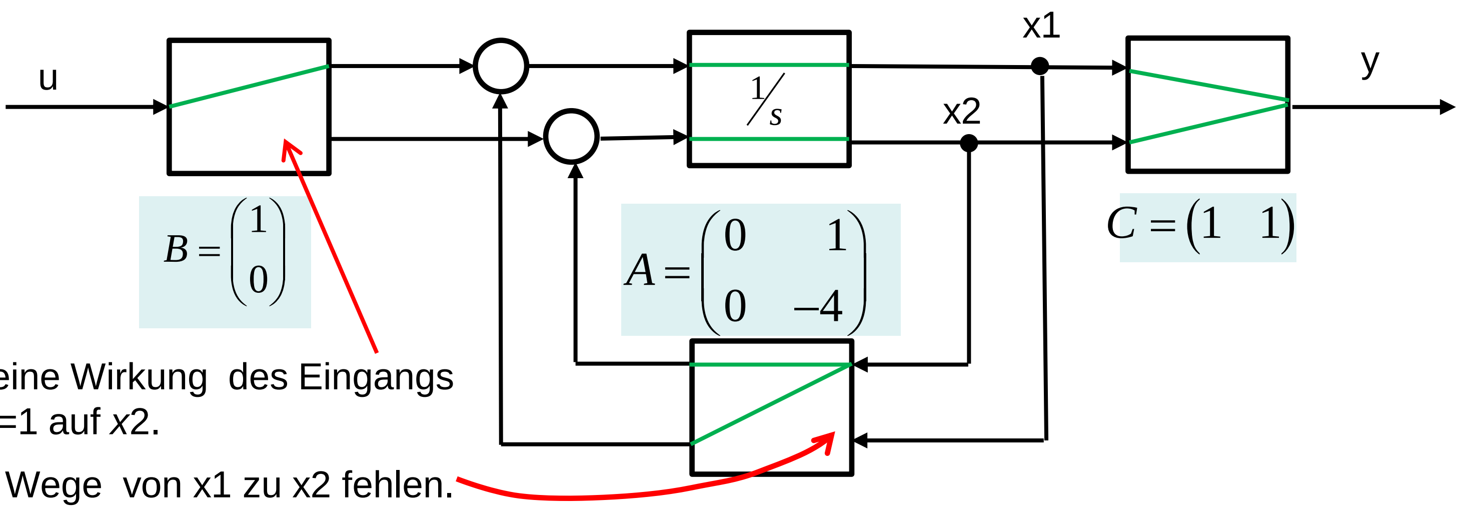
Keine Wirkung des Eingangs
u =1 auf *x*2.

Der Signal x2 wird doch
über den Weg a_{21} von x1 beeinflußt.





nicht steuerbar, aber beobachtbar

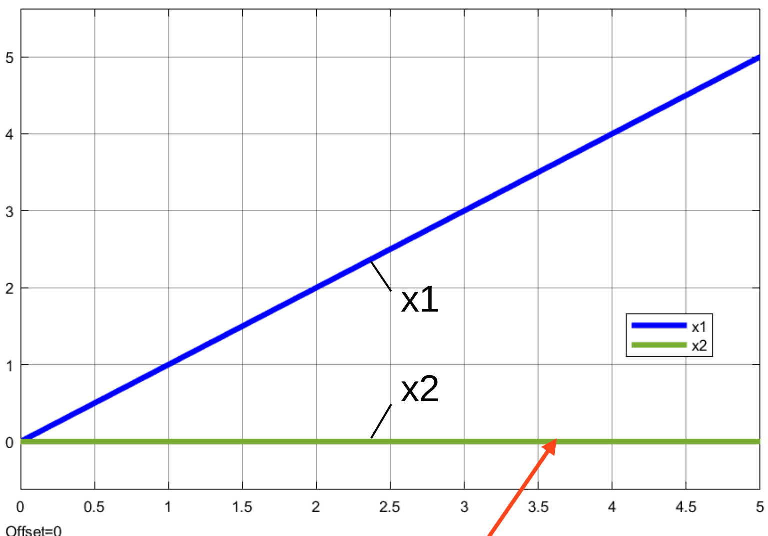


$$B=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\qquad A=\begin{pmatrix}0&1\\0&-4\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}1&1\end{pmatrix}$$

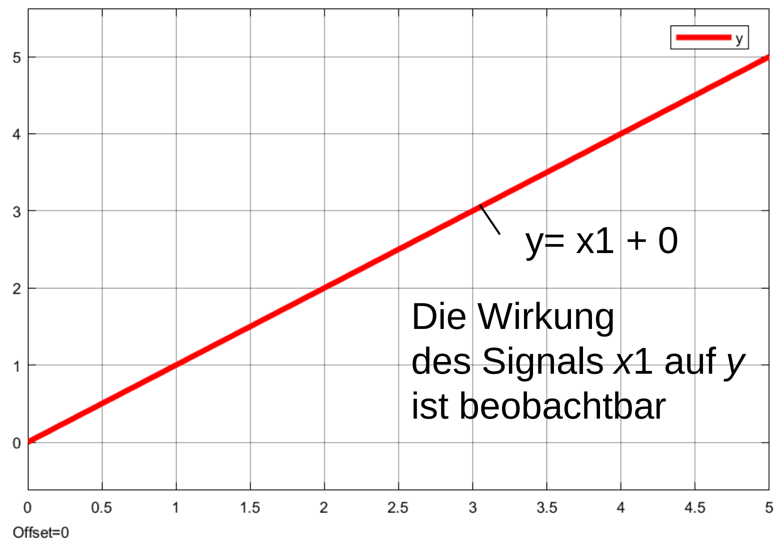
$$C0=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\qquad Ob=\begin{pmatrix}1&1\\0&-3\end{pmatrix}$$

Keine Wirkung des Eingangs *u* =1 auf *x*2.

Die Wege von x1 zu x2 fehlen.

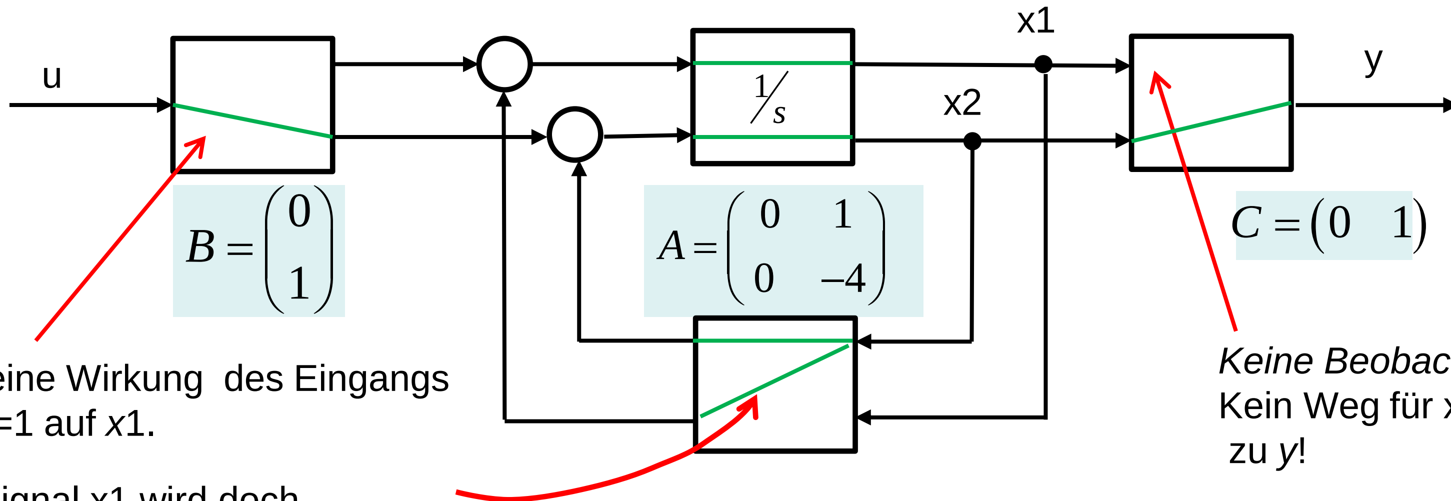


Keine Wirkung des Eingangs *u* =1 auf *x*2



Die Wirkung des Signals *x*1 auf *y* ist beobachtbar

steuerbar und nicht beobachtbar



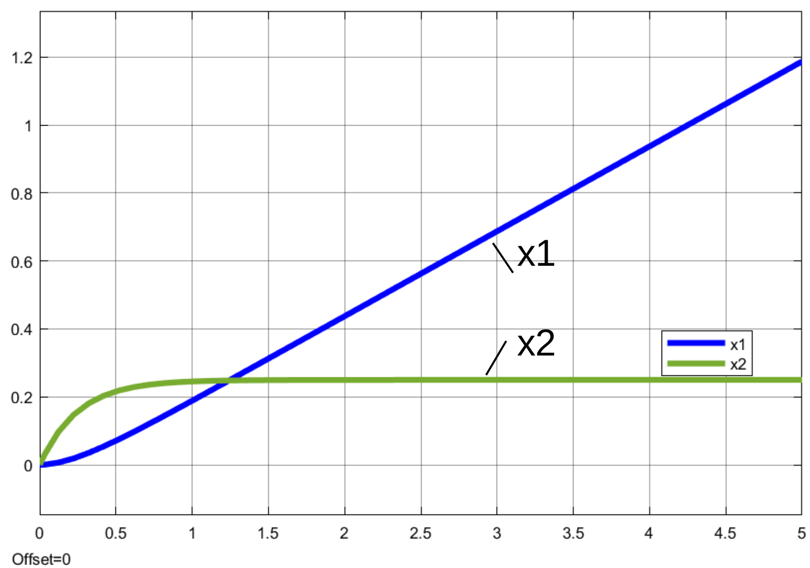
$$B=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\qquad A=\begin{pmatrix}0 & 1\\0 & -4\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix}$$

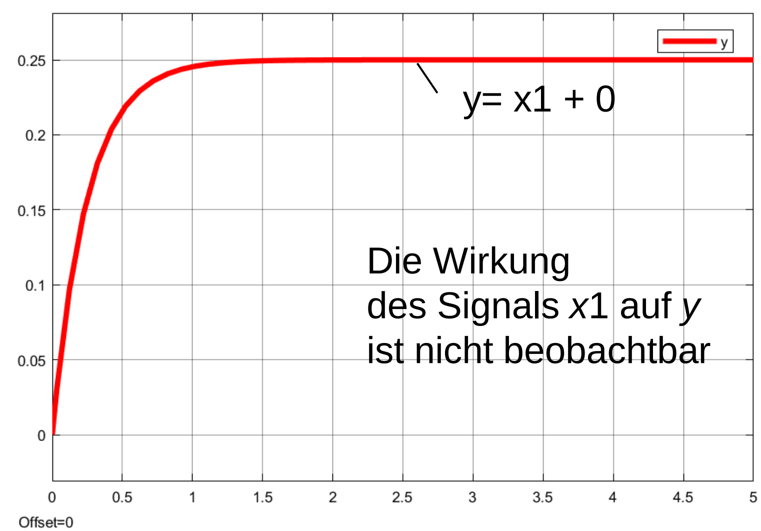
$$C0=\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & -4\end{pmatrix}\qquad Ob=\begin{pmatrix}0 & 1\\0 & -4\end{pmatrix}$$

Keine Wirkung des Eingangs *u* =1 auf *x*1.

Keine Beobachtbarkeit:
Kein Weg für x1 über A und C zu *y*!

Der Signal x1 wird doch über den Weg *a*12 von x2 beeinflusst.



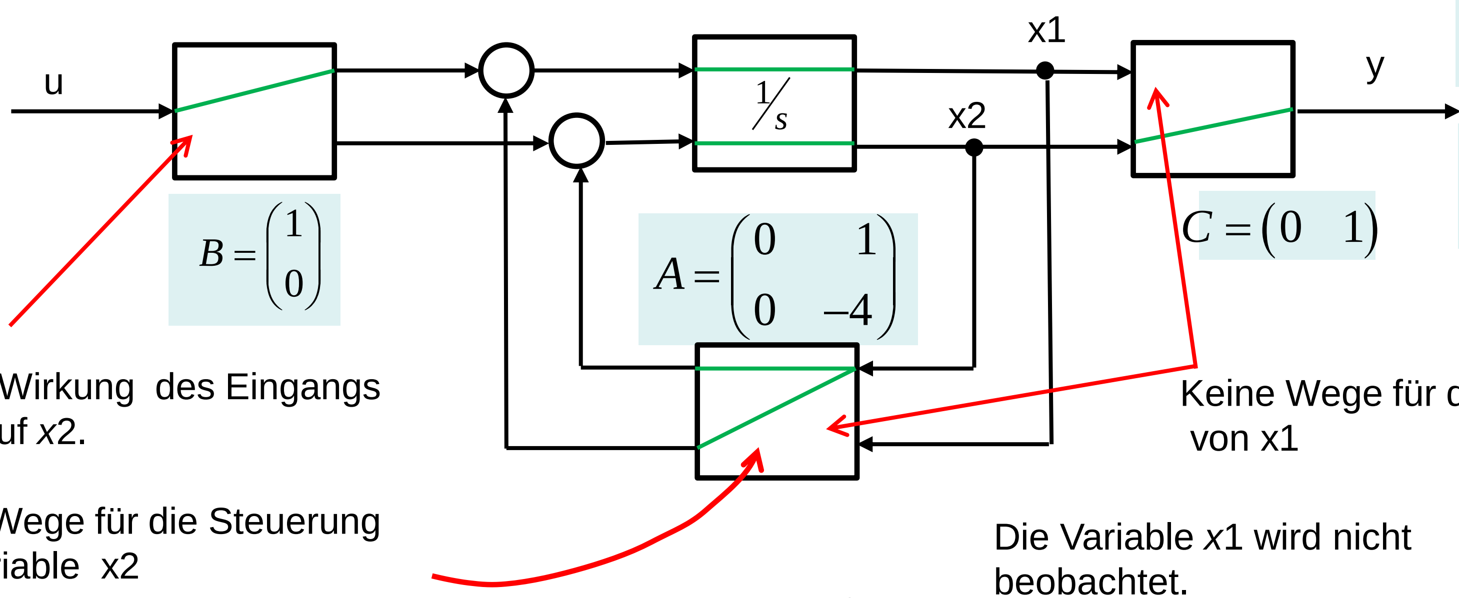


Die Wirkung des Signals *x*1 auf *y* ist nicht beobachtbar

nicht steuerbar und nicht beobachtbar

$$C0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Ob = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$



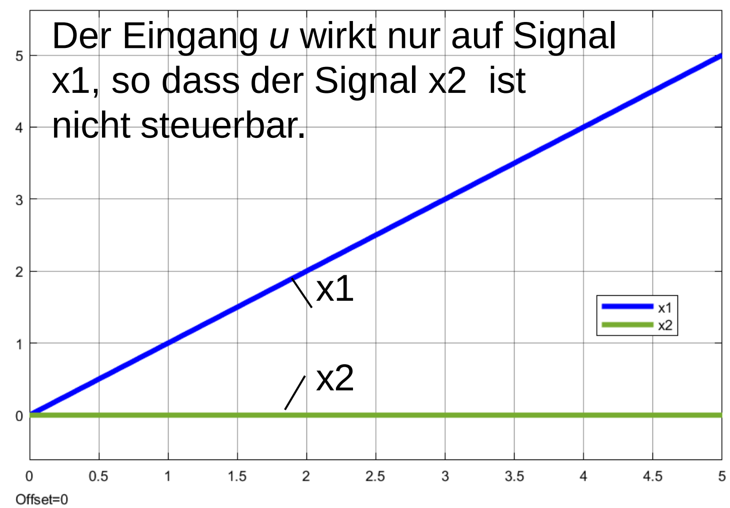
$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

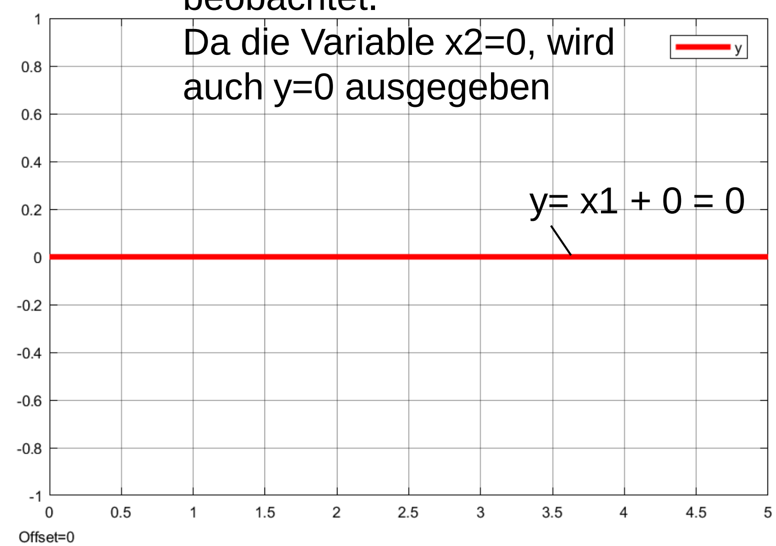
Keine Wirkung des Eingangs u =1 auf $x2$.

Keine Wege für die Beobachtung von x1

Keine Wege für die Steuerung der Variable x2

Die Variable $x1$ wird nicht beobachtet.
Da die Variable x2=0, wird auch y=0 ausgegeben

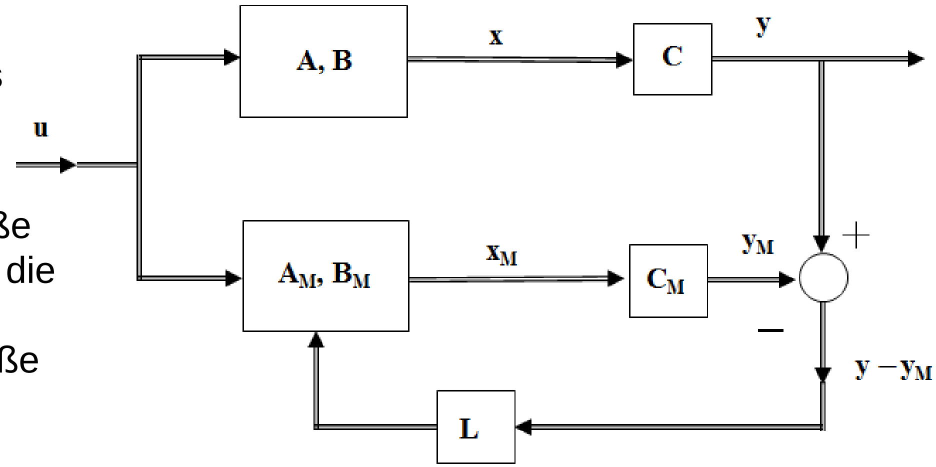




7 Zustandsbeobachter

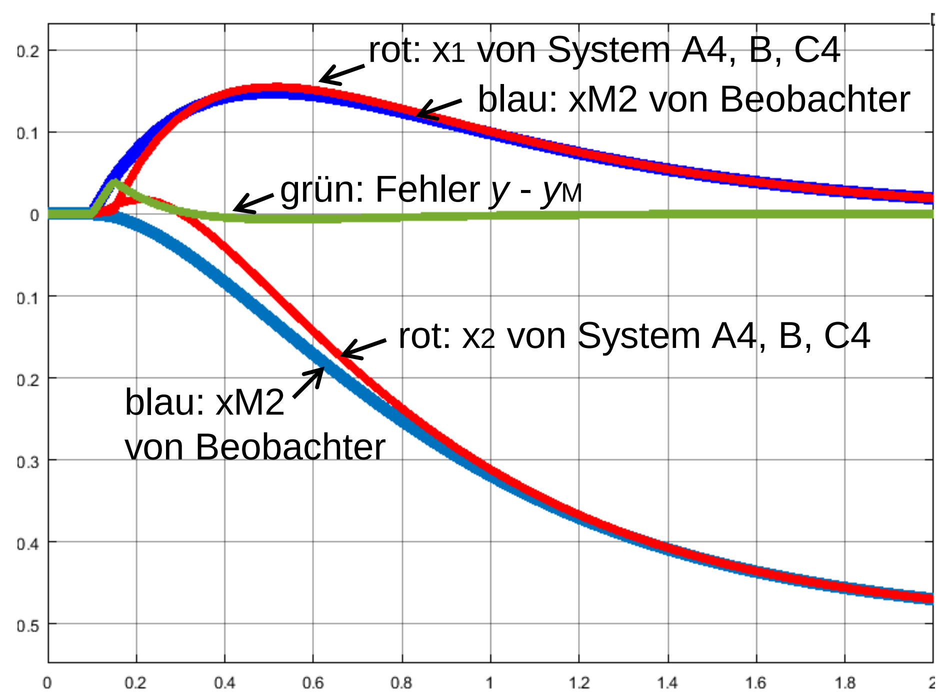
Das vereinfachte Beobachter-Prinzip ist im Bild rechts gezeigt (Quelle: [1], Seite 410):

„Wenn die Regelgröße ***x*** nicht messbar ist, kann die Regelung mit Hilfe der zurückgeführten Ausgangsgröße ***y*** erfolgen... Nach dem Beobachter-Prinzip wird nicht die messbare Ausgangsgröße zurückgeführt, sondern die Differenz ($\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}_M$) zwischen der System-Ausgangsgröße ***y*** und der Modell-Ausgangsgröße $\boldsymbol{y}_M$ “ (Zitat, [1]).

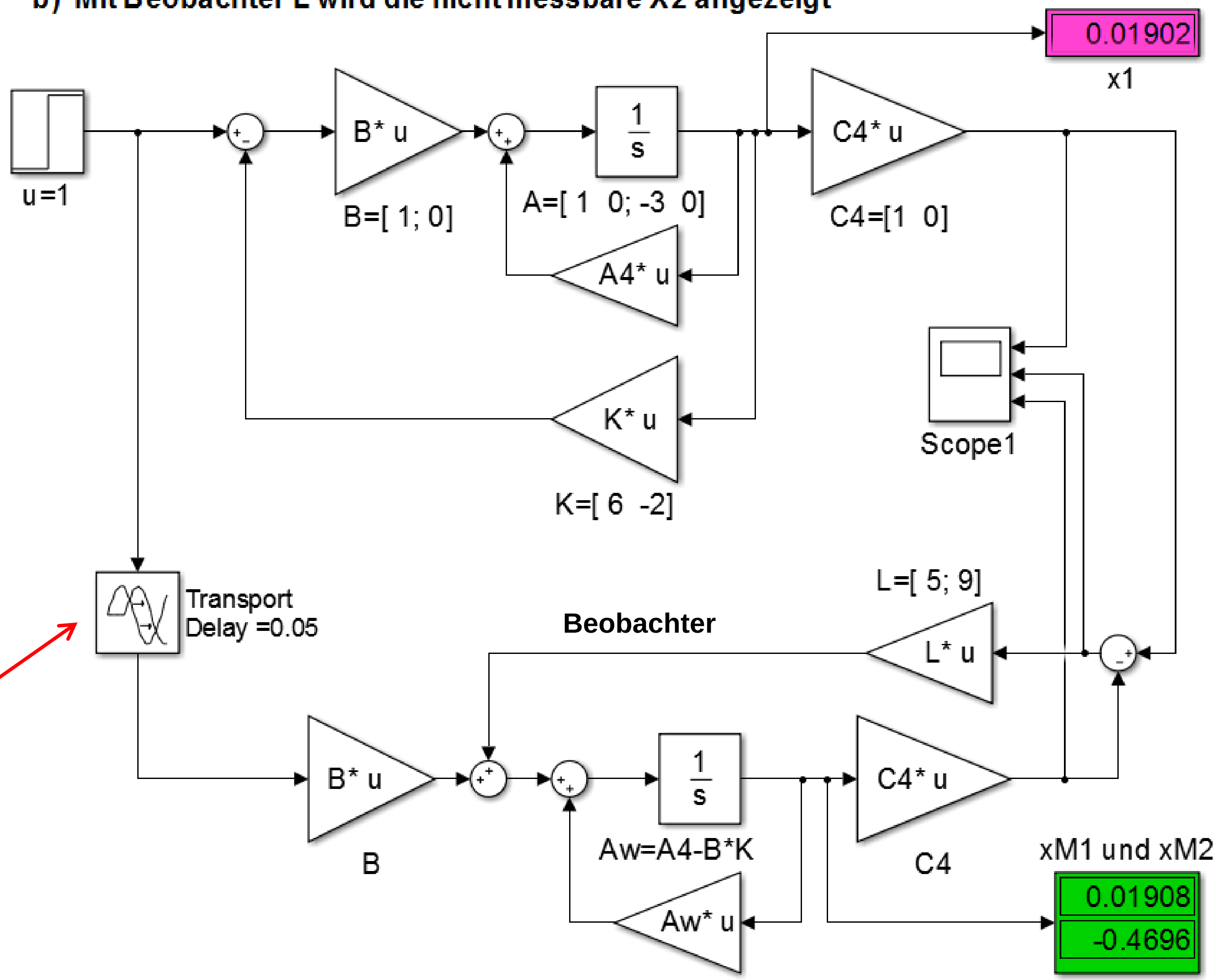


Beobachter-Entwurf fürs System A4, B, C4

```
A4 = [ 1    0;   -3    0];  B = [1 ;  0];  C4= [ 1   0];

C04 = [B  A4*B];           % C04= [1  1; 0  -3];
rank(C04)                  % rank(C04)=2
Ob4 = [ C4 ; C4*A4];       % Ob4=  [1  0; 1  0]
rank(Ob4)                  % rank(Ob4)=1

eig(A4)                    % s1 = 0;   s2 = 1
p1 = -2;   p2=-3;
P = [ p1    p2];
K=place(A4, B, P);         % K= [6  -2]
Aw=A4-B*K;
Pb = [- 4; -6];
Lb=acker(Aw',C4',Pb);
L=Lb';                     % L=[5  9]
```



Das System A4, B, C4 ist steuerbar, nicht beobachtbar und instabil
a) Mit Zustandsrückführung K wird das System stabilisiert
b) Mit Beobachter L wird die nicht messbare X2 angezeigt



Das System H, B, C4
mit Zustandsrückführung
und Beobachter ist stabil,
steuerbar und beobachtbar:

```
Aw = [A4-B*K];
H  = [Aw-L*C4];
C0 = ctrb(H,B);
rank(C0)    % = 2
Ob=obsv(H,C4);
rank(Ob)    % = 2
```

Die Totzeit ist eingeführt, um die Anpassung des Beobachters an das System zu verdeutlichen. Für die Funktion des Beobachters ist die Totzeit nicht nötig, sie ist sogar schädlich.

8 Literaturverzeichnis

1 S. Zacher, M. Reuter: ***Regelungstechnik für Ingenieure*****,** Springer Vieweg Verlag, 15. Auflage, 2017

2 S. Zacher: ***Regelungstechnik Aufgaben***, ISBN 978-3-937638-27-0, 4. Auflage, 2016

3 S. Zacher: ***Übungsbuch Regelungstechnik***, Springer Vieweg Verlag, 6. Auflage, 2017

4 G. Schulz, K. Graf: ***Regelungstechnik 2*****,** Oldenbourg Verlag, 3. Auflage, 2013

5 S. Skogestad; I. Postlethwaite : ***Multivariable Feedback Control. Analysis and Design.*** John Wiley & Sons, Chichester, New York, Second Edition, 2001

6 J.M. Maciejowski: ***Multivariable Feedback Design***, *(Electronic Systems Engineering Series)*, Addison-Wesley, 1989

7 J. Lunze: ***Regelungstechnik 2. Mehrgrößensysteme. Digitale Regelung***, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 3. Auflage, 2005